

Тема 2. Прямолинейное движение в плоскости. Задачи для самостоятельного решения

Задача 2.7 Движение тела, брошенного вертикально вверх

Стрела выпущена вертикально вверх с начальной скоростью 50 м/с. Сколько времени стрела поднималась? Какова продолжительность полёта?

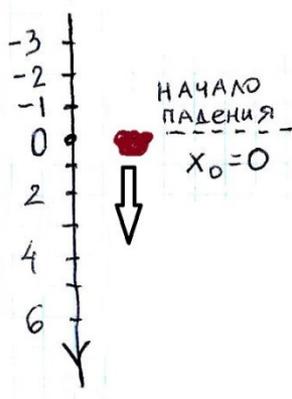
Решение. Эта задача весьма похожа на задачи 2.5 и 2.6, поэтому мы повторим большую часть рассуждений, приведённых для предыдущих задач.

Все тела падают под действием силы тяжести. Ещё Галилей доказал, что свободное падение тел – это равноускоренное движение. «Свободное» падение – это значит, что мы не учитываем сопротивление воздуха, который на самом деле здорово тормозит падающие тела.

При равноускоренном движении кинематический закон движения таков (зависимость координаты тела от времени)

$$x(t) = x_0 + v_{x0}t + \frac{a_x t^2}{2} \quad (1)$$

В этой формуле x_0 – начальная координата тела на оси X ; v_{x0} – проекция на ось X начальной скорости тела (то есть той скорости, которое тело имело в самом начале равноускоренного движения); a_x – проекция ускорения на ось X ; t – любой момент времени.



Рассматривая падающее тело, мы должны «привязать» к нему координатную ось, типа – взять и приложить линейку к траектории его падения. Как её приложить – наше произвольное дело. Мы приложим её так, чтобы положительное направление координатной оси совпадало с направлением падения (вниз), а нуль по оси координат совпал с началом падения, то есть, чтобы его начальная координата $x_0 = 0$. Тогда формула (1) упрощается.

$$x(t) = v_{x0}t + \frac{a_x t^2}{2} \quad (2)$$

Предположим, что мы с Пизанской башни бросаем тело вниз. У нас есть 2 способа бросания: 1-ый – мы действительно бросаем, то есть даём телу некоторую начальную скорость, не равную нулю. Тогда положение этого тела в любой момент времени определим по формуле

$$x(t) = v_{x0}t + \frac{gt^2}{2} \quad (3)$$

Эта формула очень похожа на формулу (2), только вместо a буква g . Все тела падают с ОДИНАКОВЫМ ускорением (как доказал Галилей). Это ускорение называется ускорением свободного падения и обозначается буквой g (от слова «гравитация»). Численно оно равно $9,81 \text{ м/с}^2$, но при решении задач ЕГЭ его рекомендуют принимать 10 м/с^2 .

Второй способ бросания – мы просто отпустили тело и оно полетело вниз. То есть никакой начальной скорости мы ему не сообщили, $v_{x0} = 0$. Тогда формула (3) станет ещё проще.

$$x(t) = \frac{gt^2}{2} \quad (4)$$

А если тело бросить вверх? Тут есть только один способ бросания – с начальной скоростью. Само по себе оно вверх не полетит. А как оно будет лететь? С ускорением или без? Да, с ускорением, только оно будет замедляться. Ускорение следует взять то же самое, ускорение свободного падения, только с отрицательным знаком. Формула (3) запишется так (при условии, что мы расположили координатную ось так, чтобы нуль отсчёта совпадал с началом движения, чтобы начальная координата была равна нулю)

$$x(t) = v_{x0}t - \frac{gt^2}{2} \quad (5)$$

Интересно отметить две вещи. **Первая:** эта самая формула (5) вполне годится не только для подъёма стрелы, но и для её падения. Почему это? Ведь при падении ускорение положительное? Да, ускорение-то положительное, но мы рассматриваем не просто ускорение, а проекцию вектора ускорения на ось X . Падать тело будет против направления отсчёта оси, значит проекция его всё равно останется отрицательной.

Вторая: взлёт и падения – такие симметричные процессы. Сколько времени тело взлетало – столько же времени оно и будет падать. Какая

начальная скорость была, чтобы обеспечить взлёт – такая же будет конечная скорость в конце падения. Это очень важно понимать, при решении задачи мы об этом ещё раз поговорим.

Теперь к задаче. Формулу (5) применить нельзя, поскольку не хватает данных. А какие собственно данные у нас есть, чтобы ответить на вопрос: сколько времени стрела поднималась? Есть начальная скорость 50 м/с. Есть конечная скорость 0 м/с. Это понятно, стрела взлетала вверх до тех пор, пока её скорость не стала равна нулю, потом она стала падать. И есть ускорение свободного падения 10 м/с^2 , правда в данном случае взятое со знаком минус. Итак

$$-g = \frac{v - v_0}{t}$$

Отсюда время t

$$t = \frac{v - v_0}{-g} = \frac{0 - 50}{-10} = \frac{-50}{-10} = 5(\text{с})$$

Если эту формулу покрутить, порешать для случая падения – то мы и убедимся в той симметричности взлёта и падения, о которой говорилось выше. Поэтому, ответ на второй вопрос – какова продолжительность полёта? – таков: пять на взлёт, пять на падение, $5+5=10$ (с)

Ответ 5 с, 10 с