

Step 15. Задачи на свободное падение



Задача 23. С вертолётa, зависшего над землёй на высоте 980 м, упал груз. Через какое время он достиг поверхности земли? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение задачи. В предыдущем, четырнадцатом степе, мы вывели упрощенную формулу для свободного падения

$$H = \frac{gt^2}{2} \quad (8.1)$$

Можно ли её применить? Да. Конечная координата $y = 0$. Это следует из того, что груз достиг поверхности Земли, а в выбранной нами системе координат начало отсчёта расположено именно на поверхности Земли;

Неявно дана нулевая начальная скорость $v_{y0} = 0$. Это следует из того, что «вертолёт завис», он не поднимался, не снижался, а завис на фиксированной высоте.

<i>Дано:</i> $H = 980 \text{ м}$	<i>Из формулы</i> $H = \frac{gt^2}{2}$
$t = ?$	$gt^2 = 2H ; t^2 = \frac{2H}{g} ; t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 980}{10}} = \sqrt{\frac{1960}{10}} = \sqrt{196} = 14$

Ответ 14 (надал этот груз с вертолѐта)

Замечание, которое в дальнейшем наверняка пригодится. Время падения - как следует из последней формулы - зависит только от высоты подъѐма тела H (при условии постоянного ускорения свободного падения g).



Задача 24 Сосулька отрывается и падает с крыши дома высотой 25 м. На какой высоте от поверхности земли она окажется через 2 с после начала падения?

Решение. Здесь упрощённая формула не применима. Почему? Мешок с воздушного шара и груз с вертолѐта летели до поверхности земли, а падение сосульки ещё не завершилось; через две секунды она будет ещё в полете - конечная координата у не равна 0. Её то и требуется найти.

Дано:

$$y_0 = 25 \text{ м};$$

$$v_{oy} = 0$$

$$t = 2 \text{ с};$$

y - ?

$$y = y_0 + v_{y0}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$y = 25 + 0 \cdot 2 - \frac{10 \cdot 2^2}{2}$$

$$y = 25 - 20 = 5$$

Ответ 5 м (сосулька окажется на высоте 5 метров над землёй через 2 секунды падения).



Задача 25 Камень свободно падает с высоты 80 метров. Какова скорость камня в момент падения на землю? Сколько времени продолжалось падение?

Решение. Конечную скорость камня мы могли бы найти из определительной формулы ускорения

$a = \frac{v - v_0}{t}$. При свободном падении вместо a следует написать g ; начальная скорость по условию

равна нулю. Конечная скорость (а точнее её проекция на ось y) выразится так $v_y = gt$.

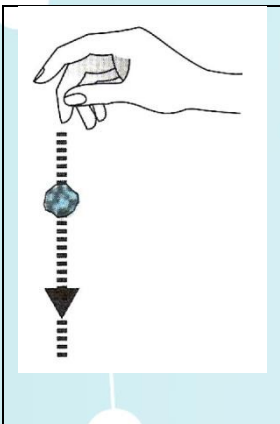
Мы этот факт отмечали без формул, словесно, когда говорили, что за каждую секунду свободного падения скорость увеличивается на 10 м/с.

То есть, ответить на первый вопрос задачи довольно легко, если сначала ответить на второй: сколько времени продолжалось падение? Но на этот вопрос мы уже отвечали в задаче 23

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{10}} = \sqrt{\frac{160}{10}} = \sqrt{16} = 4 \text{ с}$$

$$v_y = gt = 10 \cdot 4 = 40 \text{ м/с}$$

Ответ 40 м/с; 4 с



Задача 26 Камень бросили вертикально вниз с начальной скоростью 5 м/с. С какой высоты бросили камень, если он летел 2 с?

Решение. Здесь опять не применима упрощенная формула, ибо начальная скорость отлична от нуля.

Дано:

$$y = 0$$

$v_{y0} = -5$ м/с (проекция начальной скорости на ось y будет иметь знак минус, потому что камень бросили вертикально вниз, а ось y направлена вертикально вверх)

$$t = 2 \text{ с}$$

Найти y_0

Исходное уравнение 8

Преобразуем:

$$-y_0 = -y + v_{y0}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$-y_0 = -0 - 5 \cdot 2 - \frac{10 \cdot 2^2}{2}$$

$$-y_0 = -0 - 10 - 20$$

$$y_0 = 30$$

$$y = y_0 + v_{y0}t - \frac{gt^2}{2}$$

Ответ 30 (камень бросили с высоты 30 метров)



Задача 27. Камень падает без начальной скорости с высоты 80 м. Какой путь проходит камень за первую секунду движения? За последнюю секунду движения?

Решение. И снова возьмём наше замечательное уравнение движения

$$y = y_0 + v_{y0}t - \frac{gt^2}{2}$$

Пройденный путь (или, если быть точнее – проекция вектора перемещения на ось y) – это разность между конечной и начальной координатой.

$$-S_y = y - y_0 = v_{y0}t - \frac{gt^2}{2}$$

Перед проекцией вектора перемещения стоит знак минус, потому что тело перемещалось против положительного направления оси Y .

Без начальной скорости – ещё проще

$$-S_y = y - y_0 = -\frac{gt^2}{2}$$

Но искомый пройденный путь – скалярная величина; можно смело отбросить минусы в левой и правой части и записать так

$$S = \frac{gt^2}{2} = \frac{10t^2}{2} = 5t^2$$

Это функция, определяющая зависимость пройденного пути от времени при свободном падении. Из неё наглядно видно, что

За 1 с тело пройдёт путь 5 м.

За 2 секунды $5 \times 4 = 20$ метров.

За 3 секунды $5 \times 9 = 45$ метров

За 4 секунды $5 \times 16 = 80$ метров

И так далее.

Таким образом, на первый вопрос мы ответили. А как насчёт последней секунды. Надо узнать, сколько секунд всего падал камень? Мы это уже проходили, быстренько посчитаем

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{10}} = \sqrt{16} = 4 \text{ c}$$

Ясно, он падал 4 секунды.

За эти 4 секунды камень пролетел 80 метров. А за 3 секунды 45 метров. Следовательно, за последнюю, четвёртую секунду его путь составил $80 - 45 = 35$ метров.

Ответ 35.